Таким образом, при каждой загрузке вопроса испытуемый получает «новый» вопрос со своими числовыми данными и «запоминание» правильного ответа является в принципе не возможным. Такие вопросы (особенно при тестировании групп студентов) позволят более объективно оценить уровень их знаний и умений.

В докладе также представлено подробное видео по методике настройки вопросов типа «Вычисляемый» в системе Moodle.

УДК 512. 542.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПОДСТАНОВОК МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ГРУПП

Коваленко А.В., ст. преп., Матвеева А.С., студ., Пугачёва М.В., студ.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Важным примером групп являются группы подстановок, которые естественно возникают везде, где исследуется симметрия «конечно определённых» объектов. Это связано с тем, что любая конечная группа изоморфна некоторой группе подстановок. В данной работе проводится исследование групп подстановок.

Рассмотрим подгруппу H конечного индекса в группе G. Каждому элементу $f \in G$ сопоставим подстановку $\hat{f}$ множества правых смежных классов G по подгруппе H, а именно

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} H y_1 & H y_2 & \dots & H y_n \\ H y_1 f & H y_2 f & \dots & H y_n f \end{pmatrix},$$

где $y_1, y_2, \dots, y_n$ - правые представители группы G по подгруппе H. Отображение $f \to \hat{f}$ связывает с каждым элементом $f \in G$ перестановку представителей $\pi(f)$ и дополнительные множители $h_i(f)$:

$$H y_i f = H y_{i\pi(f)}, \ \ y_i f = h_i(f)\, y_{i\pi(f)}.$$

В работе доказывается, что отображение $f \to diag(h_1(f), \dots, h_n(f)) \cdot \pi(f)$ задаёт изоморфное вложение $G \to GL_n(Z[H])$, где $Z[H]$ является целочисленным групповым кольцом группы H, а перестановка $\pi(f)$ представляет собой матрицу, которая состоит из нулей и единиц. Таким образом, любая группа, содержащая H в качестве подгруппы индекса n, вкладывается в группу всевозможных квадратных матриц размерности n над кольцом $Z[H]$, содержащих в каждой строке и в каждом столбце точно один элемент из подгруппы H.

Построенная конструкция может быть применена в курсе дискретной математики, а именно в теории линейных представлений конечных групп, где она даёт представление группы, индуцированное представлением подгруппы.

Рассмотрим две группы G и G_1, которые действуют на множествах A и B, соответственно. Если установить взаимно-однозначное соответствие φ множества A на множество B и изоморфизм ψ группы G на группу G_1, при которых соответствующие элементы групп переводят соответствующие элементы множеств снова в соответствующие элементы, то есть

$$a^{\varphi} f^{\psi} = (af)^{\varphi}, \text{ для всех } a \in A, \ f \in G,$$

то группы G и G_1 будут являться изоморфными, как группы преобразований. В этом случае группы подстановок являются подобными, при этом любое транзитивное представления данной группы подстановками подобно представлению подстановками правых смежных классов по некоторой подгруппе конечного индекса.

На основании полученного результата можно сделать вывод о том, что любая дважды транзитивная группа примитивна, а любая неединичная нормальная подгруппа $\boldsymbol{P}$ примитивной группы подстановок $\boldsymbol{G}$ транзитивна. При этом орбиты для группы $\boldsymbol{P}$ должны составлять полную систему блоков в группе $\boldsymbol{G}$. Следовательно, транзитивная группа подстановок будет являться примитивной группой, если стабилизатор некоторой точки представляет собой максимальную подгруппу в группе $\boldsymbol{G}$.

УДК 519.23/.24

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В УПРАВЛЕНИИ И СИСТЕМА КРИТЕРИЕВ ИХ ОПТИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ

Лях К.В., студ., Грачева А.С., студ., Дмитриев А.П., ст. преп.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Моделирование любого экономического процесса сопряжено с трудностями выбора спецификации его математической модели. Часто предпочтение отдается линейным моделям. Такой подход сужает возможности получения интересных и нестандартных результатов в поведении экономических систем.

В работе рассмотрены методы построения и решения некоторых нелинейных динамических моделей и, в частности, моделей оптимального планирования в управлении.

С учётом того, что спрос зависит от суммарного количества блага на рынке, выпущенного всеми фирмами, т.е. $\boldsymbol{\pi_i = p(Q)q_i - c_i q_i}$, где qi – количество товара, зададим спрос на блага обратно пропорциональной функцией:

$$\boldsymbol{p(t) = \frac{1}{q_1+q_2}}.$$

Тогда, максимизируя прибыль, фирмы поставляют на рынок следующее количество товара:

$$\begin{cases} \boldsymbol{q_1 = \sqrt{q_2/c_1} - q_2;} \\ \boldsymbol{q_2 = \sqrt{q_1/c_2} - q_1.} \end{cases}$$

В дальнейшем модель представима дискретно следующим образом:

$$\boldsymbol{(q_1)_{t+1}} = \begin{cases} \boldsymbol{\sqrt{(q_2)_t/c_1} - (q_2)_t;\ (q_2)_t \le 1/c_1;} \\ \boldsymbol{(q_1)_t + \varepsilon;} \end{cases}$$
$$\boldsymbol{(q_2)_{t+1}} = \begin{cases} \boldsymbol{\sqrt{(q_1)_t/c_2} - (q_1)_t;\ (q_1)_t \le 1/c_2;} \\ \boldsymbol{(q_2)_t + \varepsilon.} \end{cases}$$

Затем вычисляются равновесные значения для начального момента времени:

$$\begin{cases} \boldsymbol{(q_1)_0 = c_2/(c_1+c_2)^2;} \\ \boldsymbol{(q_2)_0 = c_1/(c_1+c_2)^2.} \end{cases}$$

Решение построенной симметричной модели показывает, что количество поставляемого товара зависит только от параметров издержек c1 и c2, варьирование которых изменяет их равновесные значения, причём эти изменения будут различны и в разные моменты времени.